D2　図形

複雑に見えるPlot や Plot3D で生成されたグラフ（グラフィックスオブジェクト）は、分解してみると小さな線や多面体で構成されている。このような基本図形をグラフィックスプリミティブと呼ぶ。基本図形は色や大きさなどの種々の属性をもつ。そのような属性をグラフィックスオプションと呼ぶ。

点や線のグラフィックスプリミティブは Show[Graphics[...]] で表示させる。

【平面図形】

１つの点・複数の点

p=Point[{x,y}]　p を２次元の点 (x,y) を表すグラフィックスオブジェクトとする。

Show[Graphics[p]]　p を表示する。

複数の点 p1, p2,...,pn については Show[Graphics[{p1, p2,...,pn}] とする。

オプションとして、点の大きさ・色などを指定するをする方法

点の大きさを指定するには {PointSize[d],p} とする。例 d=0.02

点の色を指定するには {RGBColor[r,g,b],p} とする。例　[r,g,b]=[0.8,0,0.2]

複数の点について共通のオプションが適用される。

Ｓ={{x1,y1},{x2,y2},...,{xn,yn}} とおく。

ListPlot[Ｓ] は ｎ個の点のリストＴを表示する。

特に、Ｔ={y1,y2,...,yn} については {{1,y1},{2,y2},...,{n,yn}}を表示する。

オプションとして、点列をつなぐ線を入れるには ListPlot[T,PlotJoined->True]

例　フィボナッチ数列 $\{a_n\}$ について $\{\frac{a_{n+1}}{a_n}\}$ (n=1,2,...,15)をプロットすること。

```
a[1]:=1; a[2]:=1;
a[n_]:=a[n-1]+a[n-2]/;n>=2;
Table[a[n],{n,1,15}]
ListPlot[Table[a[n+1]/a[n],{n,1,15}]]
```

線分・長方形・多角形

Line[{{x1,y1},{x2,y2}, ...}]　点列 (x1,y1), (x2,y2), ... を結ぶ折れ線

Rectangle[{x1,y1},{x2,y2}]

向かい合う２頂点 (x1,y1), (x2,y2) による長方形を塗りつぶす。

Polygon[{{x1,y1},...,{xn,yn}}]

点 (x1,y1),...,(xn,yn),(x1,y1) を順に結ぶ多角形

結ぶ線分は交差してもよい。有界な部分はデフォルテでは黒で塗り潰される

オプションとして、線分の太さ・形状などを指定する方法。

Thickness[r]　r はグラフィックス全体に対する比である。例えば 0.002

Dashing[{r1,r2,...}]　さまざまなスタイルの破線を作成する。

例えば Dashing[{0.05,0.05}]は等分した区切りを繰り返す破線

例　破線の直線族の表示

```
u=Table[Line[{{k,0},{k+1,3}}],{k,0,5}]；
```

```
Show[Graphics[{Thickness[0.01],Dashing[{0.08,0.05}],RGBColor[0,1,0],u}]]
```

例　色違いの３つの長方形の重なり

```
u=Rectangle[{0,0},{5,3}];  v=Rectangle[{1,1},{6,4}];
w=Rectangle[{2,2},{7,5}];
Show[Graphics[{{RGBColor[1,0,0],u},{RGBColor[0,1,0],v},
               {RGBColor[0,0,1],w}}]]
```

等高線グラフ

配列 h={{x1,x2,…,xn},{y1,y2,…,yn},…,{z1,z2,…,zn}} を高さの配列として
ListContourPlot[h]　は高さに応ずる濃淡の等高線グラフを表示する。

対数目盛

<<Garphics`Master` をロードしておく。

半対数方眼紙

ｙ軸が対数目盛　y=10^x のグラフが直線になる。

```
LogPlot[10^x,{x,0,6},AspectRatio->1, GridLines->Automatic]
```

ｘ軸が対数目盛　y=log(x^10) のグラフが直線になる。

```
LogLinearPlot[Log[x^10],{x,0,6}, AspectRatio->1, GridLines->Automatic]
```

全対数方眼紙　y=x^10 のグラフが直線になる。

```
LogLogPlot[x^10,{x,0,6}, AspectRatio->1, GridLines->Automatic]
```

次の図形を描け。

正ｎ角形　ただし　ｎ＝3, 4, 5, 6, 17 とする。
星型
平行な直線群（等間隔・等比数列間隔・平方根間隔 等）
網目（縦横縞・斜め縞）

円・円盤

円弧・楕円弧

Circle[{x,y},r]　　中心が (x,y) 半径が r の円のグラフィックスオブジェクト
Circle[{x,y},{rx,ry}]　　中心が (x,y) 長軸 rx, 短軸 ry の楕円
Circle[{x,y},r,{θ1,θ2}]
　　中心が (x,y) 半径が r で角度がθ1からθ2までの円弧

円盤・楕円盤

Disk[{x,y},r]　　中心が (x,y) 半径が r の円盤
Disk[{x,y},{rx,ry}] 中心が (x,y) 長軸 rx, 短軸 ry の楕円盤

次の図形を描け。

同心円群（等間隔・等比数列間隔・平方根間隔）

フロッピィディスクのトラックとセクタの模型図（２０トラック８セクタとする）

ベン図

長方形の中に、２つの交わる円板を描き、それらの和集合・共通集合、補集合を表示すること。

オリンピックの旗
　５つの円環の色・重なり具合を本物に似せて描くこと。

長方形を円盤で埋める問題。
　たて８０ｃｍよこ５０ｃｍの長方形に直径１０ｃｍの円盤が４０個入っている図と、
　もう１つの直径１０ｃｍの円盤を入れて４１個が入っている図を並べて表示すること。

ルーローの三角形（定幅曲線の１つ）
　中心が原点で１辺が２の軸に平行な辺からなる正方形を用意し、その内部にルーローの三角形を置く。初期状態は、３頂点と重心の座標が

$$A_1(1-\sqrt{3},-1),\ A_2(1,0), A_3(1-\sqrt{3},1)\ \text{と}\ G(1-\frac{2\sqrt{3}}{3},0)$$

　とする。重心を原点になるようルーローの三角形を平行移動し、原点を中心に角θ $0 \le \theta \le \frac{\pi}{6}$だけ回転さる。ルーローの三角形が正方形の外にはみ出るので、再び X 軸方向と Y 軸方向に平行移動させ、A_1とA_2が正方形の辺にくるようにする。その結果、重心は$G(\frac{3-2\sqrt{3}\cos\theta}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\theta+\cos\theta-1)$となる。この軌跡は楕円の一部である。更に$\theta$を動かして、$\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{2\pi}{3}$の場合を調べる。この様子をアニメーションで示すこと。

【初等幾何学】　次の内容を説明をする図を描くこと。
　三角形の５心
　メネラウスの定理
　チェバの定理
　トレミーの定理
　パスカルの定理
　デザルグの定理
　パップスの定理

【カオス】
　ヒルベルト曲線
　カントール集合
　シェルピンスキーのギャスケット
　ドラゴン曲線

　例 コッホ曲線

```
a = N[Sqrt[3]/6]; b = Line[{{0, 0}, {0.5, a}, {1, 0}}];
SetAttributes[fen, Listable];
fen[Line[{a_, b_, c_}]] :=
        {Line[{a, 1/3*(c + 2*a), b}], Line[{b, 1/3*(a + 2*c), c}]};
p = Nest[fen, b, 8];
Show[Graphics[p], AspectRatio -> Automatic]
```

　例　葉脈曲線

```
a = N[Sqrt[3]/6];
b=Polygon[{{.5,a},{0,0},{1,0}}];
SetAttributes[fen,Listable]；
fen[Polygon[{a_, b_, c_}]] := {Polygon[{1/3*(c + 2*b), b, a}],
          Polygon[{1/3*(3*c + 2*b - 2*a), 1/3*(c + 2*b), c}]}
p=Nest[fen,b,7];
Show[Graphics[{Hue[0],p}],AspectRatio\[Rule]Automatic]
```

【フラクタル図形】

マンデルブロ集合

複素数の列 $z_1, z_2, \cdots$ を次の規則で作成する。

$z_1 = 0 + 0i, \quad z_{n+1} = {z_n}^2 + c \quad (c = a + bi$ は定数）

ｃの値によって、この数列は発散（$|z_n| \to \infty$）したりしなかったりする。n = 50 ぐらいでも $|z_n| < 2$ であれば、$|z_n| \to \infty$ とはならない。$|z_n| \to \infty$ とはならないような複素数 $c = a + bi$ の集合をマンデルブロ集合という。

ジュリア集合

複素数の列 $z_1, z_2, \cdots$ を次の規則で作成する。

$z_1 = x + yi, \quad z_{n+1} = {z_n}^2 + c \quad (c = 0.3 + 0.4i$）

$z_1 = x + yi$ の値によって、この数列は発散（$|z_n| \to \infty$）したりしなかったりする。

$|z_n| \to \infty$ とはならないような複素数 $z_1 = x + yi$ の集合をジュリア集合という。

【空間図形】

点

Point[{x,y,z}] ３次元の点（x,y,z）を表すグラフィックスオブジェクト。

線分

Line[{{x1,y1,z1},{x2,y2,z2}, ...}]

点（x1,y1,z1),（x2,y2,z2), ... を結ぶ折れ線を表す。

直方体

Cuboid[{x,y,z}] 向かい合う２頂点が（0,0,0),（x,y,z）の直方体を表す。

Cuboid[{x1,y1,z1},{x2,y2,z2}]

向かい合う２頂点が（x1,y1,z1),（x2,y2,z2）の直方体を表す。

配列の上に立つ柱状立体

行列の成分の大きさに応じた高さを持つ３次元グラフ

```
h={{x1,x2,...,xn},{y1,y2,...,yn},...,{z1,z2,...,zn}}
ListPlot3D[h]
```

次の立体図形を描くこと。

ｎ角柱 （ｎ＝３，４，５，６）

ｎ角錐 （ｎ＝３，４，５，６）

円柱・円錐

正ｎ面体（ｎ＝４，６，８，１２，２０）とその展開図

シュワルツの提灯を描くこと。（高木貞治：解析概論 p.421）
円筒の高さをｈ、底面の半径をｒとし、高さをm等分した各円周上に、ｎ個の点を等分にとる。等分点は１段おきに半分づつづらして配置する。配置した点を結んで各段に、上向きと下向きの三角形を全部で２ｎ個、円筒の周りには２ｍｎ個の三角形を張り巡らす。この様子を、ｍ、ｎを与えて描くこと。
(m, n) = (5, 8), (5, 25), (25, 5) など。

【管の曲線】
空間内の曲線を芯とする管を描くこと。
トーラスに巻かれた太めのコイルを描くこと。

例 A.ディーによるプログラム

```
 Cross[u_List,v_List]:=RotateLeft[u RotateLeft[v]-RotateLeft[u] v] /;
 Length[u]==Length[v]==3;
 tangent[alpha_][t_]:=D[alpha[tt],tt]/
          Simplify[Factor[D[alpha[tt],tt].D[alpha[tt],tt]]]^(1/2) /.tt->t;
 binormal[alpha_][t_]:= Simplify[Cross[
         D[alpha[tt],tt],D[alpha[tt],{tt,2}]]]/
          Simplify[Factor[Cross[D[alpha[tt],tt],
                    D[alpha[tt],{tt,2}]].Cross[D[alpha[tt],tt],D[alpha[tt],
         {tt,2}]]]]^(1/2) /.tt->t;
normal[alpha_][t_]:=Cross[binormal[alpha][t],tangent[alpha][t]];
tubecurve[gamma_][r_][t_,theta_]:=gamma[t]+
            r (Cos[theta] normal[gamma][t]+Sin[theta] binormal[gamma][t])
```

このプログラムのgammaに描きたい曲線をいれて、ParametricPlot3Dで表示させる。

```
musubi[t_]:= {(9+2 Cos[5t]) Cos[2t],(9+2 Cos[5t]) Sin[2t],6Sin[5t]}
ParametricPlot3D[tubecurve[musubi][1.2][t,theta]//Evaluate,
                {t,0,2Pi},{theta,0,2Pi},PlotPoints->{80,10}]
```

ＭａｐｌｅＶでは tubeplot がある。

【統計図形】
<<Graphics`Master` をロードしておく。

棒グラフ
BarChart[{d1,d2,...,dn}]
データに応じて目盛りは自動的につく。棒の方向はデフォルテで垂直方向である。
棒の色はデフォルトは赤色である。オプションはデータの後に列挙する。

オプションを付ける方法。
枠を付けるには Frame->True
見出しラベルは BarLabels->{“A”,”B”,...,”G”}
目盛りの範囲は PlotRange->{c, d}
目盛り線を引くには GridLines->Automatic

棒グラフの各棒に色を付けるには
BarStyle->{RGBColor[r1,g1,b1],RGBColor[r2,g2,b2],...}
棒数より指定の色数が少ないとき、色は循環して現れる。
BarStyle->{GrayLevel[r]} はグレイである。 例 r=0.7
各棒に縁（エッジ）をつけるには
BarEdgeStyle->{{Thickness[t],Hue[c]}} 例 t=0.01, c=0.7
横棒グラフに向きを変えるには BarOrientation->Horizontal

比較棒グラフ
複数組のデータ dat1={a1,a2,...,an}, dat2={b1,b2,...,bn},... について
比較をするいくつかの方法がある。

比較式 BarChart[dat1,dat2,...]
積み上げ式 StackedBarChart[dat1,dat2,...]
百分比式 ParcentileBarChart[dat1,dat2,...]
立体棒グラフ BarChart3D[{dat1,dat2,...}]

折れ線グラフ
複数の折れ線を線の太さや色を変えて表示させる。（既出）

円グラフ
PieChart[{r1,r2,...,rn}]

オプションで、PieExploded->All や PieExploded->{k} を付けると、形を分離させることができる。ラベルや色の指定方法は棒グラフの場合と同じである。

複数のグラフをまとめる方法として
DisplayTogether （棒グラフと折線グラフを１画面に表示する等）
DisplayTogetherArray （棒グラフと円グラフを１画面の中に並べて表示する等）
がある。

参考書

中村健蔵 Mathematica で絵を描こう 東京電機大学出版局
白石修二 例題で学ぶ Mathematica[ｸﾞﾗﾌｨｯｸｽ編] 森北出版
小林道正 Mathematica による関数グラフィックス 森北出版
A.デイー著 小島・武沢訳 Mathematica 曲線と曲面の微分幾何 トッパン