8.線形代数

- 1) 2つのベクトルa=(2,-3,1),b=(-1,-2,3) について、a,bの大きさ、そのなす角 \mathbf{q} の 余弦 $\cos \mathbf{q}$ 、内積 $a \cdot b$ 、外積 $a \times b$ を求めること。また、a,b が隣り合う 2 辺の平行四辺形の面積を求めよ。
- 2) 3つのベクトル $a_1=(1,1,1), a_2=(0,1,1), a_3=(1,1,0)$ は線形独立であることを示し、これらが隣り合う辺となる平行六面体の体積を求めよ。またグラム・シュミットの方法で正規直交基底を求めよ。
- 3) 連立一次方程式 $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$ の解を次のクラーメルの公式により示すこと。 $x = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$ ただし $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} a_{12}a_{21}$

4) 連立一次方程式
$$\begin{cases} 22x + 35y - 14z = 480 \\ 18x - 11y + 23z = 365 \\ -2x + 39y - 33z = 17 \end{cases}$$
 を解くこと。

Mathematica では

Solve[$\{22x+35y-14z=480,18x-11y+23z=365,-2x+39y-33z=17\},\{x,y,z\}$]

- 5) 2次や3次の行列の行列式を計算する。
- 6) 2つの2次行列を入力し、その和と積を計算し表示する。
- 7) 2次の行列が逆行列をもつか否か判定し、もつときはそれを求める。
- 8) 2 × 3の行列の転置行列を求める。
- 9) 3次の行列が逆行列をもつか否か判定し、もつときはそれを求める。
- 10) 3次行列の和と積を計算し、結果を表示させる。

Excel では、正方形のセル範囲の行列の行列式を、=mdeterm(範囲) で求められる。行列の積や、転置行列や逆行列の計算では、出力先を範囲指定し、左上のセルに数式を書き、Ctrl+Shift+Enter とする。例えば、[A1..B2] の行列と[C1..D2] の行列の積を[E1..F2]に求めるには、出力先[E1..F2]をマウスで範囲指定し [E1] に =mmult(A1..B2,C1..D2) と入力し、Ctrl+Shift+Enter を押す。また、[A1..B2] の行列の逆行列を[A3..B4] に求めるには、出力する範囲 [A3.B4] をマウスで範囲指定し、[A3] に =minverse(A1..B2)と入力し、Ctrl+Shift+Enter を押す。逆行列が存在しないときは、出力する各セルが #NUM!となる。転置行列は、複写元を コピーし、形式を選択して貼り付けで〔行列を入れ替える〕とするか、関数 =transpose(範囲) を利用する。

Mathematica では行列は行のリストとして表し、2次の行列は A={{a,b},{c,d}} のように書く。 A と

B の積は A.B でよいが、A.B //MatrixForm と書けば通常の行列表現となる。A の逆行列は Inverse[A] である。逆行列が存在しないときば特異行列であるというメッセージが表示される。